Chapitre 3 : Changement de Refferentiel

I - Généralités :

* un réfferentiel est un objet muni d'un système de coord et d'une horloge.

* Soit 2 réf R et R_1 l'un est en mvt par % à l'autre. connaissant le mvt d'un pt matériel M par rapport à R_1 et le mvt de R_1 par % à R.

1 - Notations et déf :

* Le réf en mvt est appelé : réf mobile ou relatif
* Le réf fixe est appelé : réf absolue.

→ Mvt de M par % à R_1 : mvt relatif.

" " M dans R_1 % à R : mvt d'entrainement

Le mvt de M % à R : mvt absolu.

$R(O;X;Y;Z)$ Réf absolue.

$R_1(O_1;X_1;Y_1;Z_1)$ " relatif

2 - Notion du point coïncident :

* La position de pt M à un instant t est repéré de 2 manières différentes par R_1 et R.

* On appelle le pt coïncident (le pt fictif "P") du réf mobile R_1 qui correspond à la position du pt mobile M à l'instant t.

* Le pt "P" est rigidement lié à R_1 (fixe dans R_1) en Réalité le pt mobile crée une infinité du pt coïncident : un nouveau pt à chaque instant.

3 - Notation de vect rotation instantannée :

* Lorsqu'il s'agit d'un mvt de translation de R_1 par rapport à R le vect vitesse qui définit ce mvt est :

$$\vec{v}(R_1/R) = \vec{v}_{R/O_1} = \frac{d\,\vec{OO_1}}{dt}\Big)_R$$

* Quand le mvt est qq on définit le vect de rotation instantannée noté : $\vec{\Omega}(R_1/R)$



On montre que ce vect est liée au vect unitaire associé à R_1 $(\vec{e_{x_1}} ; \vec{e_{y_1}} ; \vec{e_{3_1}})$ par les relations suivantes :

$$\left.\frac{d\vec{e_{x_1}}}{dt}\right)_R = \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{e_{x_1}}$$

$$\left.\frac{d\vec{e_{y_1}}}{dt}\right)_R = \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{e_{y_1}}$$

$$\left.\frac{d\vec{e_{3_1}}}{dt}\right)_R = \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{e_{3_1}}$$

où $\vec{\Omega}(R_1/R) = \omega_1 \vec{e_{x_1}} + \omega_2 \vec{e_{y_1}} + \omega_3 \vec{e_{3_1}}$

Application : On appellera R_c le référentiel associé au coord. cylindrique $(\vec{e_r} ; \vec{e_\theta} ; \vec{e_3})$. La base associé à R_c : $(\vec{e_r} ; \vec{e_\theta} ; \vec{e_3})$.

R_c est en mvt par rapport au Réf R $(\vec{e_x} , \vec{e_y} , \vec{e_3})$.

$\Rightarrow \vec{\Omega}(R_c/R) = ?$

$$\left.\frac{d\vec{e_r}}{dt}\right)_R = \vec{\Omega}(R_c/R) \wedge \vec{e_r} = \dot{\theta} \vec{e_\theta} \quad (1)$$

$$\left.\frac{d\vec{e_\theta}}{dt}\right)_R = \vec{\Omega}(R_c/R) \wedge \vec{e_\theta} = -\dot{\theta} \vec{e_r} \quad (2)$$

$$\left.\frac{d\vec{e_3}}{dt}\right)_R = \vec{\Omega}(R_c/R) \wedge \vec{e_3} = 0 \quad (3)$$

$(3) \Rightarrow \vec{\Omega}(R_c/R) = k\vec{e_3} \Rightarrow k = ?$

$(1) \Rightarrow k\vec{e_3} \wedge \vec{e_r} = k\vec{e_\theta} = \dot{\theta}\vec{e_\theta} \Rightarrow k = \dot{\theta}$

vérifions (2) $\quad \dot{\theta}\,\vec{e_3} \wedge \vec{e_\theta} = -\dot{\theta}\,\vec{e_r}$.

Le vect de rot inst de R_c/R est $\vec{\Omega}(R_c/R) = \dot{\theta}\,\vec{e_3}$.

2ème Ex : $\vec{\Omega}(R_s/R)$ où R_s : réf associé aux coord sphériques

$\rightarrow$ base associé : $(\vec{e_r} ; \vec{e_\theta} ; \vec{e_\varphi})$

Les relations qui définissent Ω sont :

(1) $\quad \left.\frac{d\vec{e_r}}{dt}\right)_R = \vec{\Omega}(R_s/R) \wedge \vec{e_r} = \dot{\theta}\,\vec{e_\theta} + \dot{\varphi} \sin\theta\, \vec{e_\varphi}$

(2) $\quad \left.\frac{d\vec{e_\theta}}{dt}\right)_R = \vec{\Omega}(R_s/R) \wedge \vec{e_\theta} = -\dot{\theta}\,\vec{e_r} + \dot{\varphi} \cos\theta\, \vec{e_\varphi}$

(3) $\quad \left.\frac{d\vec{e_\varphi}}{dt}\right)_R = \vec{\Omega}(R_s/R) \wedge \vec{e_\varphi} = -\dot{\varphi}\,(\sin\theta\, \vec{e_r} + \cos\theta\, \vec{e_\theta})$

où $\vec{\Omega}(R_3/R) = \omega_1\vec{e_r} + \omega_2\vec{e_\theta} + \omega_3\vec{e_\varphi}$

$\omega_1 = ?$; $\omega_2 = ?$; $\omega_3 = ?$

(1) $\Leftrightarrow$ $(\omega_1\vec{e_r} + \omega_2\vec{e_\theta} + \omega_3\vec{e_\varphi}) \wedge \vec{e_r} = -\omega_2\vec{e_\varphi} + \omega_3\vec{e_\theta} = \dot{\theta}\vec{e_\theta} + \dot{\varphi}\sin\theta\,\vec{e_\varphi}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_2 = -\dot{\varphi}\sin\theta \\ \omega_3 = \dot{\theta} \end{cases}$$

(2) $\Leftrightarrow$ $(\omega_1\vec{e_r} + \omega_2\vec{e_\theta} + \omega_3\vec{e_\varphi}) \wedge \vec{e_\theta} = \omega_1\vec{e_\varphi} - \omega_3\vec{e_r} = -\dot{\theta}\vec{e_r} + \dot{\varphi}\cos\theta\,\vec{e_\varphi}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_3 = \dot{\theta} \\ \omega_1 = \dot{\varphi}\cos\theta \end{cases}$$

vérifions la relation (3)

$(\omega_1\vec{e_r} + \omega_2\vec{e_\theta} + \omega_3\vec{e_\varphi}) \wedge \vec{e_\varphi} = -\omega_1\vec{e_\theta} + \omega_2\vec{e_r}$

$= -\dot{\varphi}\sin\theta\,\vec{e_r} - \dot{\varphi}\cos\theta\,\vec{e_\theta}$

$\Rightarrow \omega_1 = \dot{\varphi}\cos\theta$, $\omega_2 = -\dot{\varphi}\sin\theta$.

$\Rightarrow \vec{\Omega}(R_3/R) = \dot{\varphi}\cos\theta\,\vec{e_r} - \dot{\varphi}\sin\theta\,\vec{e_\theta} + \dot{\theta}\vec{e_\varphi}$

ppt és et particularités :

i- S'il s'agit d'un réf R_2 en mvt par % à R_1 est aussi d'un réf R_1 en mvt par rapport à R.

On montre que $\vec{\Omega}(R_2/R) = \vec{\Omega}(R_2/R_1) + \vec{\Omega}(R_1/R)$ les vect de rot st additives.

ii/ considérons un vect $\vec{v}$ exprimé ds la base d'un réf en mvt R_1 par rapport au réf R. $\vec{v} = v_1\vec{e_{x_1}} + v_2\vec{e_{y_1}} + v_3\vec{e_{z_1}}$

$$\left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R = \frac{dv_1}{dt}\vec{e_{x_1}} + v_1\left.\frac{d\vec{e_{x_1}}}{dt}\right)_R + \frac{dv_2}{dt}\vec{e_{y_1}} + v_2\left.\frac{d\vec{e_{y_1}}}{dt}\right)_R + \frac{dv_3}{dt}\vec{e_{z_1}} + v_3\left.\frac{d\vec{e_{z_1}}}{dt}\right)_R$$

or $\left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_{R_1} = \frac{dv_1}{dt}\vec{e_{x_1}} + \frac{dv_2}{dt}\vec{e_{y_1}} + \frac{dv_3}{dt}\vec{e_{z_1}}$

$$\Rightarrow \left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R = \left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_{R_1} + v_1(\vec{\Omega}_{R_1/R} \wedge \vec{e_{x_1}}) + v_2(\vec{\Omega}_{R_1/R} \wedge \vec{e_{y_1}}) + v_3(\vec{\Omega}_{R_1/R} \wedge \vec{e_{z_1}})$$

$$= \left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_{R_1} + \vec{\Omega}_{R_1/R} \wedge \underbrace{(v_1\vec{e_{x_1}} + v_2\vec{e_{y_1}} + v_3\vec{e_{z_1}})}_{\text{avec } \vec{v} \in R_1}$$

$$\left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R = \left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_{R_1} + \vec{\Omega}_{R_1/R} \wedge \vec{v}$$

cas particulier : Si $\vec{v}$ est fixe ds R_1 => $\frac{d\vec{v}}{dt})_{R_1} = \vec{0}$.

$$\Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt})_R = \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{v}.$$

II - Loi de composition des vitesses

Soient : $R(O; \vec{e_x}; \vec{e_y}; \vec{e_z})$ réf absolue.

$R_1(O_1; \vec{e_{x_1}}; \vec{e_{y_1}}; \vec{e_{z_1}})$ réf relatif et M en mvt dans R_1.

1 - Vitesse relative.

- Si la vitesse du pt M par % au réf relatif $\vec{v_1} = \vec{v}_{R_1}(M)$

$$\vec{v}_{R_1} = v_{R_1}(M) = \frac{dO_1M}{dt})_{R_1}$$

Si par exemple $\vec{O_1M} = x_1\vec{e_{x_1}} + y_1\vec{e_{y_1}} + z_1\vec{e_{z_1}}$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{O_1M}}{dt}) = \dot{x}_1\vec{e_{x_1}} + x_1\frac{d\vec{e_{x_1}}}{dt})_R + \dot{y}_1\vec{e_{y_1}} + y_1\frac{d\vec{e_{y_1}}}{dt})_{R_1} + \dot{z}_1\vec{e_{z_1}} + z_1\frac{d\vec{e_{z_1}}}{dt})_{R_1}$$

$(\vec{e_{x_1}}; \vec{e_{y_1}}, \vec{e_{z_1}})$ sont fixes dans R_1

$$\Rightarrow \frac{d\vec{e_{x_1}}}{dt})_{R_1} = \frac{d\vec{e_{y_1}}}{dt})_{R_1} = \frac{d\vec{e_{z_1}}}{dt})_{R_1} = \vec{0}.$$

$$\vec{v} = \dot{x}_1\vec{e_{x_1}} + \dot{y}\vec{e_{y_1}} + \dot{z}\vec{e_{z_1}}.$$

2 - Vitesse d'entrainement :

- c'est la vitesse du pt M par rapport à R en le considérant fixe dans R_1, c'est alors la vitesse du pt coïncidant par rapport à R.

- Notation : $\vec{v}_c$.

- Elle est définie par $\vec{v}_c = \frac{d\vec{O_1P}}{dt})_R$ à chaque t. $(\vec{O_1P} = \vec{O_1M})$

$$\frac{d\vec{O_1P}}{dt})_R = \frac{d(\vec{OO_1} + \vec{O_1P})}{dt})_R$$

$$= \underbrace{\frac{d\vec{OO_1}}{dt})_R}_{V_R(O_1)} + \frac{dO_1P}{dt})_R$$

Or $\vec{O_1P}$ est un vect $\in R_1$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{O_1P}}{dt})_R = \frac{d\vec{O_1P}}{dt})_{R_1} + \vec{\Omega}\, R_1/R \wedge \vec{O_1P} \quad \text{(P est fixe ds } R_1)$$

$$\vec{v}_c = \vec{v}_R(O_1) + \vec{\Omega}\, R_1/R \wedge \vec{O_1P}$$

Or à l'instant t on a $\vec{O_1P} = \vec{O_1M}$.

=> le vect vitesse d'entrainement est donné par $\boxed{\vec{v}_e = \vec{v}_R(O_1) + \vec{\Omega}\, R_1/R \wedge \vec{O_1M}}$



3 - La vitesse absolue

* c'est la vitesse du pt M par rapport au réf absolue R

$$\vec{v_a} = \vec{v}_R(M) = \frac{d\vec{OM}}{dt}\Big)_R = \underbrace{\frac{d\vec{OO_1}}{dt}\Big)_R}_{\vec{v_a}(O_1)} + \frac{d\vec{O_1M}}{dt}\Big)_R$$

$$\vec{v_a} = \vec{v_a}(O_1) + \vec{v}_{R_1}(M) + \Omega_{R_1/R} \wedge \vec{O_1M}$$

$$= \vec{v_r}(M) + \vec{v_a}(O_1) + \Omega_{R_1/R} \wedge \vec{O_1M}.$$

$\vec{v_a} = \vec{v_r} + \vec{v_e}$ c'la loi de la comp des vitesses.

La vitesse du pt M par rapport au réf absolue est la somme de la vitesse de M / à R_1 (réf Relatif) est la vitesse de M / au réf absolue R en le considérant au pt fixé de R_1.

III - Loi de composition des accélérations

Avec les m considérations on va déterminer : $\vec{\gamma_r}, \vec{\gamma_e}, \vec{\gamma_a}$.

1 - Vect accélération relative :

$$\vec{\gamma_r} = \vec{\gamma}_{R_1}(M) = \frac{d^2 \vec{O_1M}}{dt^2} = \ddot{x}\vec{e_{x_1}} + \ddot{y}\vec{e_{y_1}} + \ddot{z}\vec{e_{z_1}}$$

2 - Accélération d'entrainnement :

$\vec{\gamma_e} = \frac{d^2 \vec{OP}}{dt^2}$ Acc du pt coincident % à R.

$$= \frac{d^2\vec{OO_1}}{dt^2} + \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{O_1P}}{dt}\right)$$

$$= \vec{\gamma}_R(O_1) + \frac{d}{dt}\left(\vec{\Omega}_{R_1/R} \wedge \vec{O_1P}\right).$$

$$= \vec{\gamma}_R(O_1) + \left(\frac{d\vec{\Omega}_{R_1/R}}{dt}\right) \wedge \vec{O_1P} + \vec{\Omega}_{R_1/R} \wedge \frac{d\vec{O_1P}}{dt}$$

* A tt instant. à la position de M

$\Rightarrow \vec{O_1P} = \vec{O_1M}$

Le vect accélération d'entrainnement est alors

$$\vec{\gamma_e} = \vec{\gamma}_R(O_1) + \frac{d\Omega_{R_1/R}}{dt} \wedge \vec{O_1M} + \vec{\Omega}_{R_1/R} \wedge \left(\Omega_{R_1/R} \wedge \vec{O_1M}\right)$$

Rq : on peut vérifier facilement que $\vec{\gamma_e} \neq \frac{d\vec{v_e}}{dt}$

3 - Accélération absolue :

* c'est l'acc du pt M % R.

$$\vec{\gamma_a} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} = \frac{d\vec{OO_1}}{dt^2}\Big)_R + \frac{d^2\vec{O_1M}}{dt^2}\Big)_R^*$$



$$= \vec{\gamma}_R(O_1) + \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{O_1M}}{dt}\right)_{R_1} \qquad O_1M \in R_1$$

$$= \vec{\gamma}_R(O_1) + \frac{d\vec{v_r}}{dt}\Big)_R + \vec{\Omega}\wedge\vec{v_r} + \frac{d\Omega}{dt}\Big)_R \wedge \vec{O_1M} + \vec{\Omega}\wedge\frac{d\vec{O_1M}}{dt}\Big)_R$$

$$= \vec{\gamma}_R(O_1) + \vec{\gamma}_r(M) + \vec{\Omega}\wedge\vec{v}_r + \frac{d\Omega}{dt}\Big)_R \wedge\vec{O_1M} + \vec{\Omega}\wedge\left[\left(\frac{d\vec{OM}}{dt}\right)_{R_1} + \vec{\Omega}\wedge\vec{O_1M}\right]$$

$$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r(M) + \underbrace{\vec{\gamma}_R(O_1) + \frac{d\vec{\Omega}}{dt}\Big)_R\wedge\vec{O_1M} + \vec{\Omega}\wedge(\vec{\Omega}\wedge\vec{O_1M})}_{\vec{\gamma}_e} + 2\,\vec{\Omega}\wedge\vec{v}_r$$

Rq sur γ_c :

- $\vec{\gamma}_c$ est un terme produit entre un terme de mvt relatif est un terme de mvt d'entrainement.
- $\vec{\gamma}_c = \vec{0}$ si $\vec{\Omega}$ colinéaire à $\vec{v}_r$
- $\vec{\Omega} = \vec{0}$ $\;$ - $\vec{v}_r = 0$ (M est immobile % à R_c)

IV. Nature du mvt d'entrainement

mvt de translation = $\vec{e}_{x_1}$; $\vec{e}_{y_1}$; $\vec{e}_{z_1}$ gardant les in direction

=> R_1 ne subit aucune relation % R alors $\vec{\Omega}_{R_1/R} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{v_e} = \vec{v_a}(O_1) \\ \vec{\gamma_e} = \vec{\gamma_a}(O_1) \\ \vec{\gamma_c} = 0 \end{cases}$$

- Le mvt de Translation de R_1 est dit rectiligne si l'origine O_1 garde une direction fixe, il est rectiligne uniforme si $\vec{v_a}(O_1) = cte \Rightarrow \vec{\gamma}_a(O_1) = \vec{0}$ $\Rightarrow \vec{\gamma}_e = \vec{0}$.

2- Cas d'un mvt de rotation autour d'un axe :

- La rotation de R_1 % R autour d'un axe (D) si ∀ les pts de (D) sont fixe dans R

Pour simplifier on considérera :

- R (O; x; y; z) : réf absolue.
- $R_1(O_1; x_1; y_1; z_1)$ réf relative avec $O = O_1$; $z = z_1$

=> R_1 est en rot % R autour de l'axe (Oz)

$\theta = (\vec{Ox};\vec{Ox_1})$

Si on pose $\omega = \frac{d\theta}{dt}$: vitesse angulaire

=> le mvt de rotation de R_1 % R est représenté par le vect de rotation instantané

=> $\vec{\Omega}_{R_1/R} = \dot{\theta}\vec{e_3} = \omega.\vec{e_3}$.

$\|\vec{\Omega}_{R_1/R}\| = \omega$

Cas particulier : rotation uniforme

c'est lorsque : ω = cte du fait que : $O_1 = O$ => $\begin{cases} \vec{v_e} = \vec{\Omega}\wedge\vec{O_1x} = \vec{\Omega}\wedge\vec{Ox} \\ \vec{\gamma_e} = \frac{d\vec{\Omega}}{dt}\wedge\vec{O_1x} + \vec{\Omega}\wedge\vec{\Omega}\wedge\vec{Ox} \\ = \vec{\Omega}\wedge(\vec{\Omega}\wedge\vec{Ox}) \end{cases}$

Cas général : On peut démontrer qu'un mvt qq de R_1 % R peut être décomposé à ∀ instant en un mvt de rot autour d'un axe : -> mvt de rot

: -> mvt de trans,

Exemples. (voir la suite ds exo 7 série 3)

- un disque de rayon R tourne autour de son axe et son centre se déplace sur une droite horizontale :

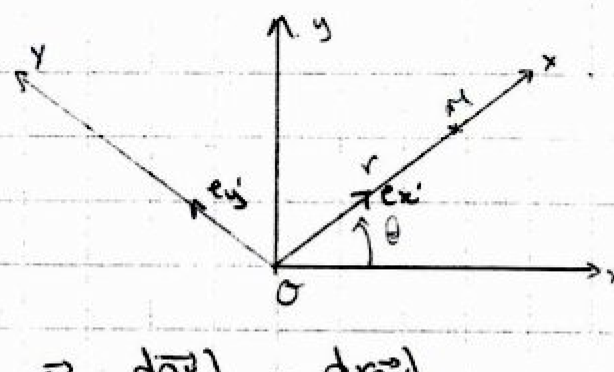
A est un pt du disque $(\vec{e_3};\vec{e_A}) = \theta$

- Le mvt de disque autour de son axe engendre le mvt de rot
- Le mvt rectiligne du centre engendre le mvt de translation.

Exo d'app.

- ~~Dans~~ le plan (o,x,y) on considère un système d'axe mobile (o,x,y) avec (ox) fait un angle θ (ox)
- un pt mobile sur l'axe est reperé par $\|\vec{Ox}\| = r$
- Trouvez la vitesse relative de r et déduire $\vec{v_e}$ et $\vec{v_a}$





R' (O; X; Y) → réf relatif
R (O; x; y; z) → réf absolue

$$\vec{v}_r = \frac{d\vec{OX}}{dt}\Big)_{R'} = \frac{d r\vec{e_{x'}}}{dt}\Big)_{R'}$$

$$= \dot{r}\,\vec{e_{x'}} + r\frac{d\vec{e_{x'}}}{dt}\Big)_{R'}$$

$\vec{v}_r = \dot{r}\vec{e_{x'}}$

$= \vec{v_a}(O') + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{OX}$

Il s'agit d'un mvt de rotation $\Rightarrow \vec{\Omega}_{R'/R} = \dot{\theta}\vec{e_3}$

$\vec{v_e} = \dot{\theta}\vec{e_3} \wedge r\vec{e_{x'}} = r\dot{\theta}\,\vec{e_{y'}}$

$\vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{V_e}$

$= \dot{r}\vec{e_{x'}} + r\dot{\theta}\,\vec{e_{y'}}$

$\vec{v_a}(X) = \vec{V}_R(X)$ et $\vec{V}_{R'}(X) = \vec{V}_r(X)$
fixe mobile

on peut identifier $(\vec{e_{x'}}; \vec{e_{y'}})$ à la base polaire $(\vec{e_r}; \vec{e_\theta})$

$\vec{\gamma_c} = ?$ En utilisant la C.C.A

$\vec{\gamma_a} = \vec{\gamma_r} + \vec{\gamma_e} + \vec{\gamma_c}$

* $\vec{\gamma_r} = \vec{\gamma}_{R'}(X) = \frac{d\vec{v_r}}{dt}\Big)_{R'}$

$\vec{\gamma_r} = \ddot{r}\,\vec{e_{x'}}$

* $\vec{\gamma_e} = \vec{\gamma}_R(O') + \frac{d\vec{\Omega}}{dt}\Big)_R \wedge \vec{O'X} + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{O'X})$

$O' = O \Rightarrow O'$ est fixe.

$\vec{\gamma_e}(O') = \vec{\gamma}_R(O') = \vec{\gamma}_R(O) = \vec{0}$.

$$\frac{d\vec{\Omega}}{dt}\Big)_R = \frac{d\dot{\theta}\vec{e_3}}{dt}\Big)_R = \ddot{\theta}\vec{e_3} + \dot{\theta}\frac{d\vec{e_3}}{dt}\Big)_R$$

$$\vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{OX}) = \dot{\theta}\vec{e_3} \wedge (r\dot{\theta}\vec{e_{y'}})$$
$$= -r(\dot{\theta})^2\,\vec{e_{x'}}$$

$$\frac{d\vec{\Omega}}{dt}\Big)_R \wedge \vec{OX} = \ddot{\theta}\vec{e_3} \wedge r\vec{e_{x'}} = r\ddot{\theta}\,\vec{e_{y'}}$$



$\vec{\gamma}_e = r\ddot{\theta}\,\vec{e}_{y'} - r(\dot{\theta})^2\,\vec{e}_{x'}$

$\vec{\gamma}_c = 2\,\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r$

$= 2\dot{\theta}\,\vec{e}_z \wedge \dot{r}\,\vec{e}_{x'}$

$= 2\dot{r}\dot{\theta}\,\vec{e}_{y'}$

Finalement $\vec{\gamma}_a = \ddot{r}\,\vec{e}_{x'} + r\ddot{\theta}\,\vec{e}_{y'} - r(\dot{\theta})\,\vec{e}_{x'} + 2\dot{r}\dot{\theta}\,\vec{e}_{y'}$

$$\vec{\gamma}_a \underset{(\vec{e}_{x'};\vec{e}_{y'},\vec{e}_z)}{=} \begin{pmatrix} \ddot{r} - r\dot{\theta} \\ r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \end{pmatrix}$$




ETUSUP.com